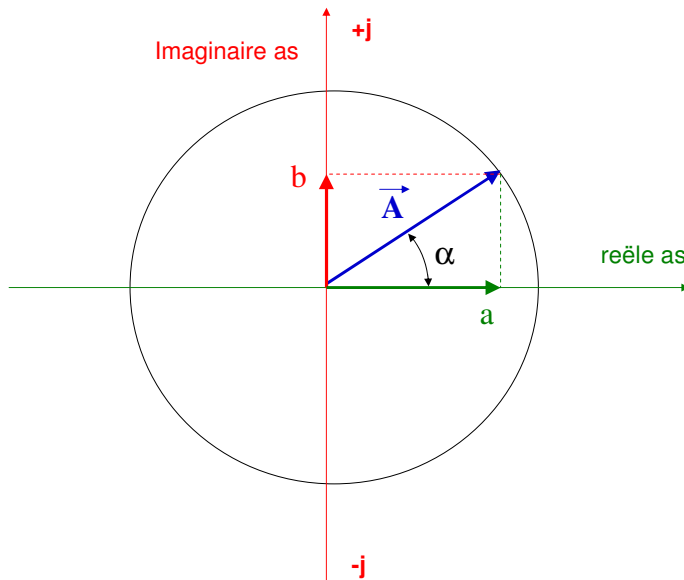
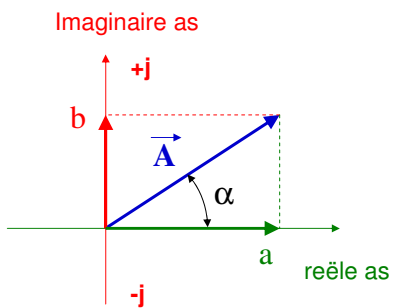




Complexe voorstelling in een cartesiaans assenstelsel



Benamingen



\vec{A} Vector A

\underline{A} Complex getal A

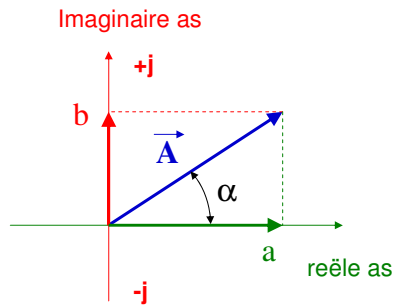
A Modulus van het complex getal A

a Reël deel van het complex getal A

b Imaginair deel van het complex getal A

α Argument van het complex getal A

Cartesiaanse vorm van het complex getal



$$\bar{A} = a + jb$$

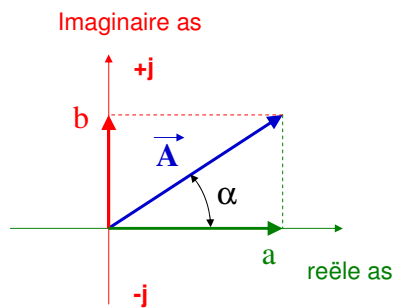
met

$$a = A \cdot \cos \alpha$$

$$b = A \cdot \sin \alpha$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Polaire vorm van het complex getal (Steinmetz notatie)



$$\bar{A} = A \angle \alpha$$

$$\alpha = \text{bgtg} \frac{b}{a}$$

Trigonometrische vorm van het complex getal

daar $\bar{A} = a + jb$

en $a = A \cdot \cos \alpha$

$$b = A \cdot \sin \alpha$$

is $\bar{A} = A \cdot \cos \alpha + jA \cdot \sin \alpha$

of $\bar{A} = A (\cos \alpha + j \cdot \sin \alpha)$

Exponentiële vorm van het complex getal

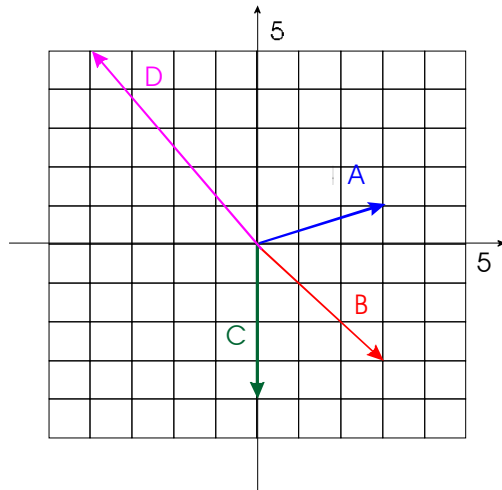
daar $\bar{A} = A (\cos \alpha + j \cdot \sin \alpha)$

en daar volgens de formule van Euler

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$$

is $\bar{A} = A \cdot e^{j\alpha}$

oefeningen



Bepaal

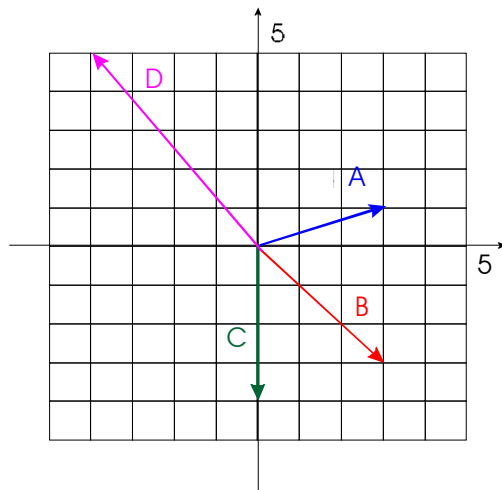
cartesiaanse vorm

polaire vorm

modulus

argument

oefeningen



Cartesiaanse vorm

$$\bar{A} = 3 + j1$$

$$\bar{B} = 3 - j3$$

$$\bar{C} = 0 - j4$$

$$\bar{D} = -4 + j5$$

oefeningen

Cartesiaanse vorm

modulus

$$\bar{A} = 3 + j1$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = 3,162$$

$$\bar{B} = 3 - j3$$

$$B = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 - 3^2} = 4,242$$

$$\bar{C} = 0 - j4$$

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{0^2 - 4^2} = 4$$

$$\bar{D} = -4 + j5$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{-4^2 + 5^2} = 6,4$$

oefeningen

Cartesiaanse vorm

argument

$$\bar{A} = 3 + j1$$

$$\text{bgtg } \alpha_1 = \frac{b}{a} = \text{bgtg } \frac{1}{3} = 18,43^\circ$$

Vector in 1^{ste} kwadrant

$$\bar{B} = 3 - j3$$

$$\text{bgtg } \alpha_2 = \frac{b}{a} = \text{bgtg } \frac{-3}{3} = -45^\circ$$

Vector in 4^{de} kwadrant

$$\bar{C} = 0 - j4$$

$$\text{bgtg } \alpha_3 = \frac{b}{a} = \text{bgtg } \frac{0}{-4} = -90^\circ$$

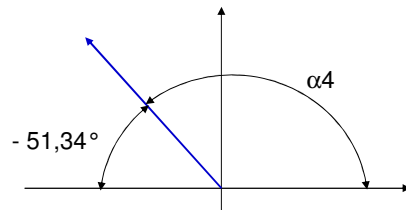
Vector in 4^{de} kwadrant

oefeningen

Cartesiaanse vorm **argument**

$$\bar{D} = -4 + j5 \quad \text{bgtg } \alpha_4 = \frac{b}{a} = \text{bgtg } \frac{5}{-4} = -51,34^\circ$$

Vector in 2^{de} kwadrant



$$\alpha_4 = 180^\circ - 51,34^\circ = 128,66^\circ$$



Bij de bepaling van het argument moet er rekening worden gehouden met het kwadrant waarin de vector ligt.

oefeningen

Cartesiaanse vorm	modulus	argument	Polaire vorm
$\bar{A} = 3 + j1$	$A = 3,162$	$\alpha_1 = 18,43^\circ$	$\bar{A} = 3,162 \angle 18,43^\circ$
$\bar{B} = 3 - j3$	$B = 4,242$	$\alpha_2 = -45^\circ$	$\bar{B} = 4,242 \angle -45^\circ$
$\bar{C} = 0 - j4$	$C = 4$	$\alpha_3 = -90^\circ$	$\bar{C} = 4 \angle -90^\circ$
$\bar{D} = -4 + j5$	$D = 6,4$	$\alpha_4 = 128,66^\circ$	$\bar{D} = 6,4 \angle 128,66^\circ$

Complex rekenen met de TI84

Tijdens berekeningen moet vaak overgegaan worden van de cartesische vorm naar de polaire vorm en omgekeerd

Van cartesiaans naar polair

voorbeeld $\bar{A} = 3 + j4$

→

$$\bar{A} = 5 \angle 53,130^\circ$$

Mode "DEGREE" of via menu "ANGLE"

Modulus $R \rightarrow Pr(3,4) = 5$ $A = 5$

argument $R \rightarrow P\theta(3,4) = 53,130$ $\alpha = 53,130^\circ$

Angle DMS = $53^\circ 7' 48''$

Complex rekenen met de TI84

Van polair naar cartesiaans

voorbeeld $\bar{A} = 5 \angle 53.130101235^\circ$

→

$$\bar{A} = 3 + j4$$

Mode "DEGREE" of via menu "ANGLE"

Reel deel $P \rightarrow Rx(5;53.130101235) = 3$ $a = 3$

Imaginair deel $R \rightarrow Py(5;53.130101235) = 4$ $b = 4$

Bewerkingen met complexe getallen

Optellen

$$\bar{A}_1 = a_1 + jb_1 \quad \bar{A}_2 = a_2 + jb_2$$

$$\begin{aligned}\bar{A}_1 + \bar{A}_2 &= (a_1 + jb_1) + (a_2 + jb_2) \\ &= (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)\end{aligned}$$

$$\bar{A}_1 + \bar{A}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

Optellen = reële delen optellen en imaginaire delen optellen

Bewerkingen met complexe getallen

afrekening

$$\bar{A}_1 = a_1 + jb_1 \quad \bar{A}_2 = a_2 + jb_2$$

$$\begin{aligned}\bar{A}_1 - \bar{A}_2 &= (a_1 + jb_1) - (a_2 + jb_2) \\ &= (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)\end{aligned}$$

$$\bar{A}_1 - \bar{A}_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$$

afrekening = verschil reële delen en verschil imaginaire delen

Bewerkingen met complexe getallen



**Som en verschil van complexe getallen
steeds met cartesiaanse vorm**

Bewerkingen met complexe getallen

vermenigvuldigen

$$\bar{A}_1 = A_1 \angle \alpha_1 \quad \bar{A}_2 = A_2 \angle \alpha_2$$

$$\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 = A_1 \cdot A_2 \angle \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 = A_1 \cdot A_2 \angle \alpha_1 + \alpha_2$$

produkt = produkt moduli en som argumenten

Bewerkingen met complexe getallen

Delen

$$\bar{A}_1 = A_1 \angle \alpha_1 \quad \bar{A}_2 = A_2 \angle \alpha_2$$

$$\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 = A_1 / A_2 \angle \alpha_1 - \alpha_2$$

$$\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 = A_1 / A_2 \angle \alpha_1 - \alpha_2$$

delen = delen moduli en verschil argumenten

Bewerkingen met complexe getallen



Produkt en quotient van complexe getallen steeds met polaire vorm

Bewerkingen met complexe getallen

machtsverheffing

$$\begin{aligned}\overline{A1}^2 &= (A1 \angle \alpha1)^2 \\ &= A1 \angle \alpha1 \cdot A1 \angle \alpha1 \\ &= A1 \cdot A1 \angle \alpha1 + \alpha1\end{aligned}$$

$$\overline{A1}^2 = A1^2 \angle 2\alpha1$$

macht = macht modulus en macht maal argument



De machtsverheffing kan worden gezien als een vermenigvuldiging

Bewerkingen met complexe getallen

Worteltrekking

$$\begin{aligned}\sqrt[n]{\overline{A1}} &= \sqrt[n]{A1 \angle \alpha1} \\ &= \overline{A1}^{1/n} \\ &= A1^{1/n} \angle 1/n \alpha1\end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{\overline{A1}} = A1^{1/n} \angle 1/n \alpha1$$

wortel= 1/macht modulus en 1/macht maal argument



De worteltrekking kan worden gezien als een machtsverheffing